
Počítačová grafika III

Světlo, Radiometrie – Cvičení

Jaroslav Křivánek, MFF UK

Jaroslav.Krivanek@mff.cuni.cz

Příklady

- Spočítejte velikost povrchu jednotkové koule.
- Spočítejte velikost povrchu kulového vrchlíku o úhlu θ_0 .
- Spočítejte velikost povrchu kulového pásu mezi úhly θ_0 a θ_1 .
- Spočítejte velikost povrchu „výřezu“ koule o úhlu ϕ_0 .

Příklady

- Pod jakým prostorovým úhlem pozorujeme (nekonečnou) rovinu z bodu mimo tuto rovinu?
- Pod jakým prostorovým úhlem pozorujeme kouli o poloměru R , jejíž střed je vzdálen D od stanoviště?

Izotropní bodové světlo

- **Q:** Jaký je výkon (tok) izotropního bodového zdroje s konstantní zářivostí (intenzitou) I ve všech směrech.

Izotropní bodové světlo

■ A: Celkový tok:

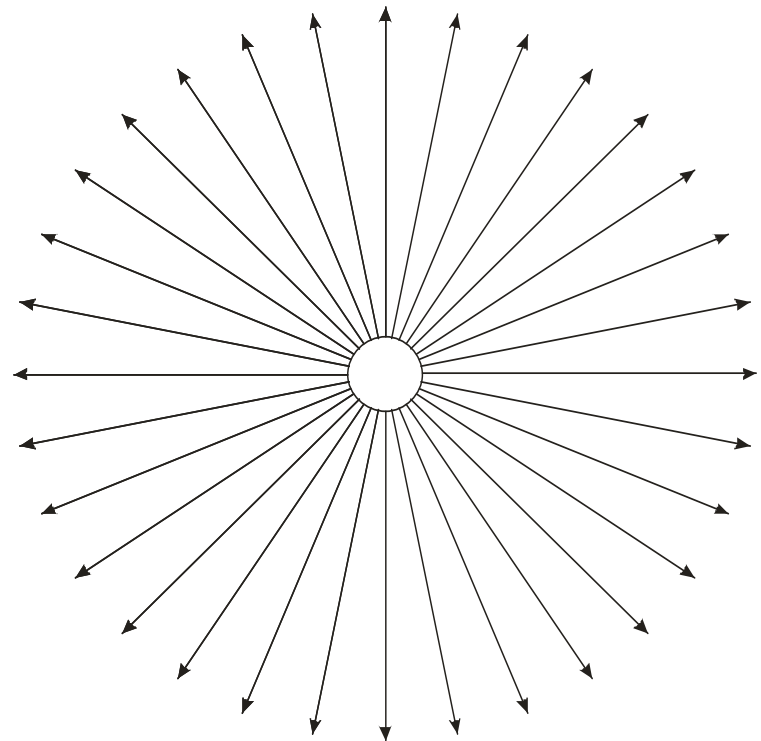
$$\Phi = \int_{\Omega} I(\omega) d\omega = \left| \begin{array}{l} \textit{substitute:} \\ d\omega = \sin \theta d\theta d\varphi \end{array} \right|$$

$$= I \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$= I 2\pi \left[-\cos \theta \right]_0^{\pi}$$

$$= 4\pi I$$

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}$$

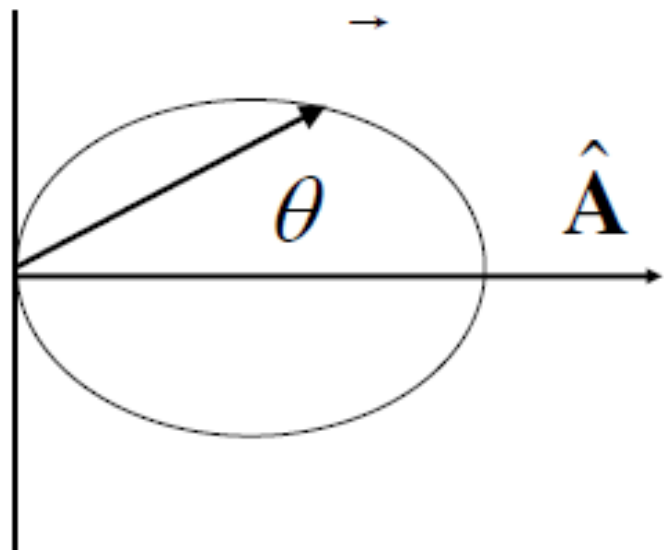


Příklad

- Jaký je výkon (tok) bodového zdroje se zářivostí (intenzitou):

$$I(\omega) = I_0 \max\{0, \omega \cdot \vec{d}\}^s$$

Warn's Spotlight



$$I(\omega) \cos^s \theta \quad (\vec{\omega} \cdot \hat{\mathbf{A}})^s$$

$$\Phi = \int_0^{2\pi} \int_0^1 I(\omega) d \cos \theta d\varphi = 2\pi \int_0^1 \cos^s \theta d \cos \theta = \frac{2\pi}{s+1}$$

$$I(\omega) = \Phi \frac{s+1}{2\pi} \cos^s \theta$$

Příklad

- Jaký je výkon (tok) bodového zdroje se zářivostí (intenzitou):

$$I(\theta, \phi) = \begin{cases} I_0 & \theta \leq \alpha \\ I_0 \frac{\beta - \theta}{\beta - \alpha} & \alpha < \theta < \beta \\ 0 & \theta \geq \beta \end{cases}$$

Constant part

$$\Phi_1 = \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha I_0 \sin \theta d\theta d\phi = I_0 2\pi (1 - \cos \alpha).$$

Linear part

$$\Phi_2 = \int_0^{2\pi} \int_\alpha^\beta I_0 \frac{\beta - \theta}{\beta - \alpha} \sin \theta d\theta d\phi = I_0 \frac{2\pi}{\beta - \alpha} \int_\alpha^\beta (\beta - \theta) \sin \theta d\theta \quad (1)$$

The last integral is the sum of the following two integrals:

$$\int_\alpha^\beta \beta \sin \theta d\theta = \beta \cos \alpha - \beta \cos \beta \quad (2)$$

$$- \int_\alpha^\beta \theta \sin \theta d\theta = \left| \sin \theta - \theta \cos \theta \right|_\beta^\alpha = \sin \alpha - \alpha \cos \alpha - \sin \beta + \beta \cos \beta \quad (3)$$

Plugging (2) and (3) into (1) and rearranging, we get

$$\Phi_2 = I_0 \frac{2\pi}{\beta - \alpha} [(\beta - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha - \sin \beta] = I_0 2\pi \left[\cos \alpha - \frac{\sin \beta - \sin \alpha}{\beta - \alpha} \right]. \quad (4)$$

Total flux

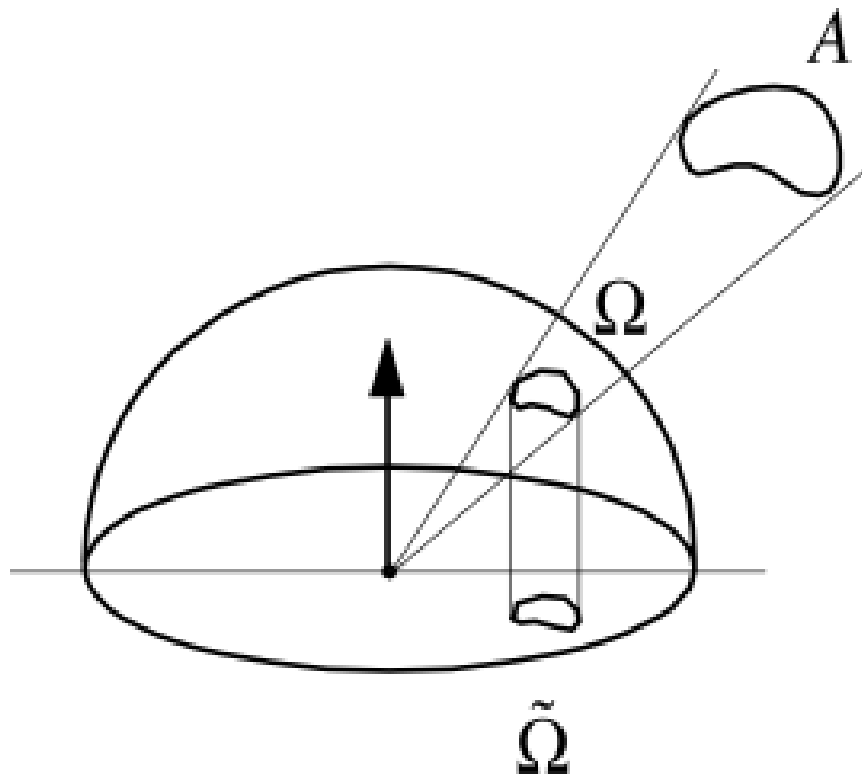
$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = I_0 2\pi \left[1 - \frac{\sin \beta - \sin \alpha}{\beta - \alpha} \right] \quad (5)$$

Otázka

- Jakou hodnotu ozáření (irradiance) $E(\mathbf{x})$ v bodě \mathbf{x} způsobí uniformní Lambertovský plošný zdroj pozorovaný z \mathbf{x} pod prostorovým úhlem Ω ?

Uniform Area Source

$$\begin{aligned} E(x) &= \int_{H^2} L \cos \theta d\omega \\ &= L \int_{\Omega} \cos \theta d\omega \\ &= L \tilde{\Omega} \end{aligned}$$

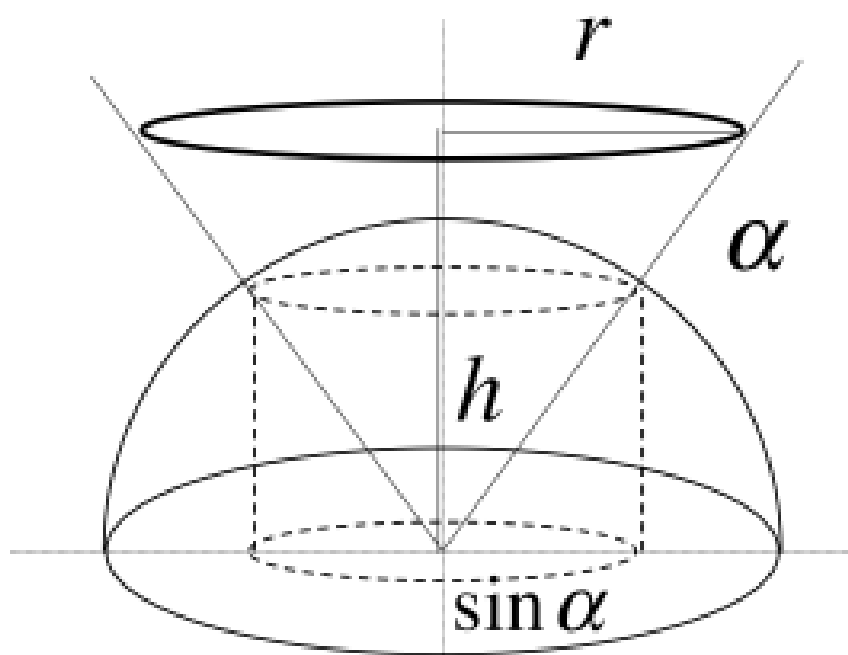


Otázka

- Pod jakým **promítnutým prostorovým úhlem** Ω pozorujeme z bodu \mathbf{x} kruh o poloměru r jehož střed je umístěn ve vzdálenosti h od bodu \mathbf{x} .

Uniform Disk Source

Geometric Derivation



$$\tilde{\Omega} = \pi \sin^2 \alpha$$

Algebraic Derivation

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega} &= \int_1^{\cos \alpha} \int_0^{2\pi} \cos \theta \, d\phi \, d \cos \theta \\ &= 2\pi \left. \frac{\cos^2 \theta}{2} \right|_1^{\cos \alpha} \\ &= \pi \sin^2 \alpha \\ &= \pi \frac{r^2}{r^2 + h^2}\end{aligned}$$

How dark are outdoor shadows?

- ◆ luminance arriving on a surface from a full (overhead) sun is $300,000 \times$ luminance arriving from the blue sky, but the sun occupies only a small fraction of the sky
- ◆ illuminance on a sunny day = 80% from the sun + 20% from blue sky, so shadows are $1/5$ as bright as lit areas (2.3 f/stops)

(Marc Levoy)



mean = 7

mean = 27



Na základě těchto indicií odhadněte, pod jakým prostorovým úhlem pozorujeme slunce? (Předpokládáme, že slunce je v zenitu.)

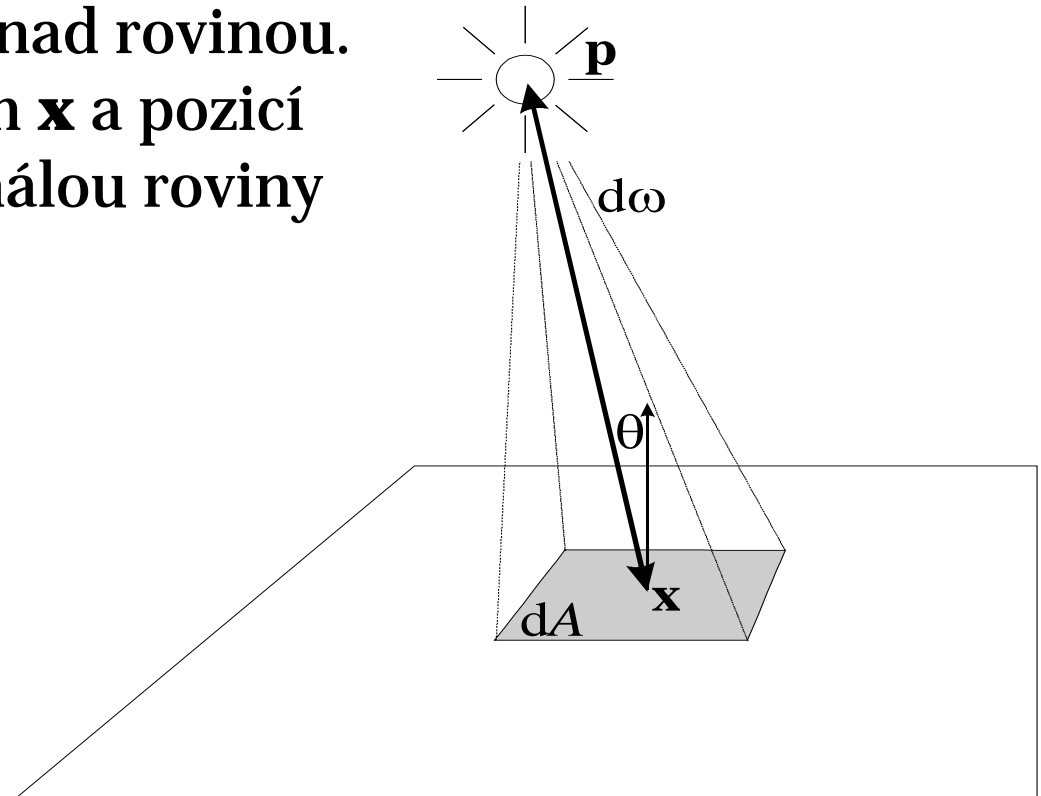


JPEG file

RAW, linearly boosted © 2009 Marc Levoy

Otázka

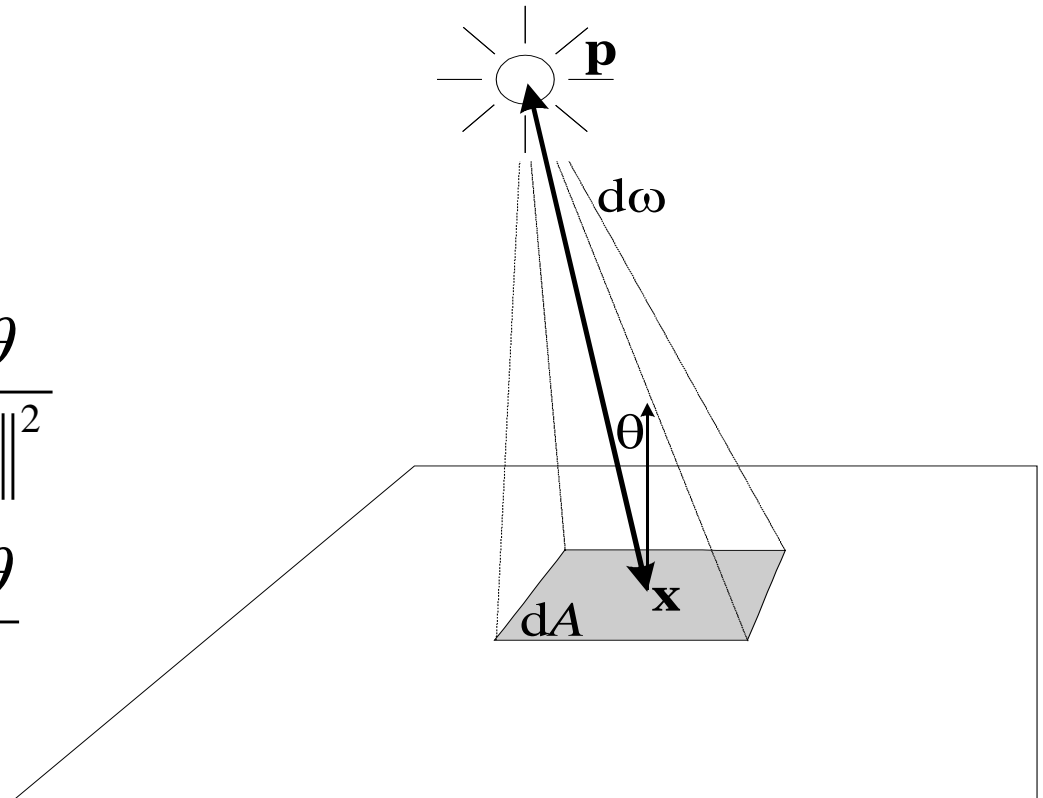
- Jakou hodnotu ozáření (irradiance) v bodě \mathbf{x} na rovině vyvolá bodový zdroj se zářivostí (intenzitou) $I(\omega)$ umístěný ve výšce h nad rovinou. Spojnice mezi bodem \mathbf{x} a pozicí světla \mathbf{p} svírá s normálou roviny úhel θ .



Bodové světlo

- Ozáření (irradiance) bodu na ploše osvětlené bodovým zdrojem

$$\begin{aligned} E(\mathbf{x}) &= \frac{d\Phi(\mathbf{x})}{dA} \\ &= \frac{I(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{x})d\omega}{dA} \\ &= I(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{x}) \frac{\cos \theta}{\|\mathbf{p} - \mathbf{x}\|^2} \\ &= I(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{x}) \frac{\cos^3 \theta}{h^2} \end{aligned}$$



Plošné světelné zdroje

- Záření plošného zdroje je plně popsáno vyzářenou září (radiancí) $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ pro všechna místa \mathbf{x} a směry ω na zdroji světla.
- Celkový zářivý tok je dán integrálem $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ přes plochu zdroje a směry

$$\Phi = \int_A \int_{H(\mathbf{x})} L_e(\mathbf{x}, \omega) \cos \theta \, d\omega \, dA$$

Otázka

- Jaký je vztah mezi emitovanou intenzitou vyzařování (radiositou) $B_e(\mathbf{x})$ a emitovanou září (radiancí) $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ pro Lambertovský plošný zdroj.

**Lambertovský zdroj =
emitovaná radiance nezávisí na směru ω**

$$L_e(\mathbf{x}, \omega) = L_e(\mathbf{x}).$$

Difúzní (Lambertovský) zdroj světla

- $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ je konstantní v ω
- Radiozita: $B_e(\mathbf{x}) = \pi L_e(\mathbf{x})$

$$\begin{aligned} B_e(\mathbf{x}) &= \int_{H(\mathbf{x})} L_e(\mathbf{x}, \omega) \cos \theta \, d\omega \\ &= L_e(\mathbf{x}) \int_{H(\mathbf{x})} \cos \theta \, d\omega \\ &= \pi L_e(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

Otázka

- Jaký je celkový výkon (tok) Φ **uniformního** Lambertovského plošného zdroje s emitovanou radiancí L_e
 - Uniformní zdroj – zář (radiance) nezávisí na pozici, $L_e(\mathbf{x}, \omega) = L_e = \text{const.}$

Uniformní difúzní (Lambertovský) zdroj

- $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ je konstantní v \mathbf{x} i v ω

$$\Phi_e = \mathbf{A} \mathbf{B}_e = \pi \mathbf{A} L_e$$